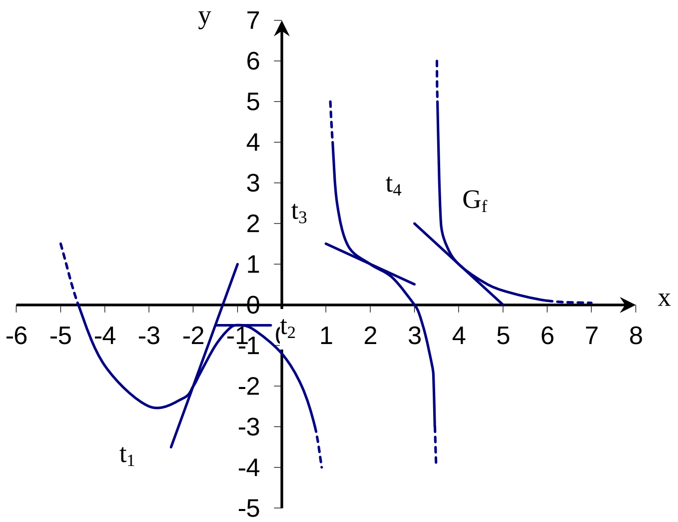
Travail de vacances en mathématiques.

I. Observe le graphe suivant



a) domf =
bornes de domf $\notin$ domf =

b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to-1} f(x) =$ $\lim_{x\to3} f(x) =$
$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to-2} f(x) =$
$\lim_{x\to1} f(x) =$ $\lim_{x\to4} f(x) =$

c) quelles sont les asymptotes ? leurs équations ? Traduis en langage de limite.

d) que vaut le nombre dérivé de f en x = -1 ?
x = 2 ? (utilise la notation mathématique)

e) f ’(-2) = f(-2) =
f ’(4) = f(4) =

f) détermine l’équation cartésienne de la tangente t_3.

g) dresse le tableau de signes de f ’ et de f ’’.

II. Calcule les limites suivantes et donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

a) $\lim_{x\to-3} \frac{\sqrt{3-x}}{3x}$

b) $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{2-3x}{4x^3-2x+1}$

c) $\lim_{x\to-1} \frac{x^3+4x^2+3x}{x^2+x+2}$

d) $\lim_{x\to4} \frac{4-x}{\sqrt{x^2-7}-3}$

e) $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{-1}{4x^2-4x+1}$

f) $\lim_{x\to0} \frac{3\sin 3x}{4x}$

g) $\lim_{x\to-4} \frac{4x}{-x^2-2x+8}$

h) $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{5-x^4+2x}{3x+2}$

III. Détermine les asymptotes des fonctions suivantes (Attention dans la rigueur des écritures). S’il le faut, revois le calcul de limites.

1) $f(x) = \frac{1-5x^2}{x(2x+1)}$

2) $f(x) = \frac{x^3-8}{x^2+4x+4}$

3) $f(x) = -3 + \frac{2}{4-x}$

4) $f(x) = 2 - 4x - \frac{5}{x+5}$

IV. Ecris l'équation de la tangente au graphe Gf au point d'abscisse a lorsque $f(x) = \frac{3-x}{3x^2+2x}$ et $a = -1$.

V. Calcule les dérivées suivantes(pense à la mise en évidence).

1) $\left(3\cos^4(x^2+3)\right)'$
2) $\left((2x-3)^3(x^2-9)\right)'$
3) $\left(5x(4x-1)^3\right)'$
4) $\left(\frac{x^2+2x}{(x-1)^2}\right)'$
5) $\left(\frac{-x+1}{2x+1}\right)'$
6) $(3\tan^3(3x-2))'$
7) $\left(\sqrt{\cos 3x^3}\right)'$
8) $\left(\sqrt{(x^2-3x)^5}\right)'$
9) $\left(\sin(3x-\pi)^4\right)'$
10) $(\tan^4 2x)'$
11) $\left(\sqrt[4]{(2x^5-4x+2)^3}\right)'$

VI. a) Complète le tableau suivant en notant les flèches de variation de f, les symboles de concavité de G_f, les points remarquables : extremums et PI, et en renseignant les asymptotes par leur équation.

b) Réalise l'esquisse du graphe cartésien.

c) Sur ton graphe b), dessine les tangentes dont on renseigne le coefficient angulaire.

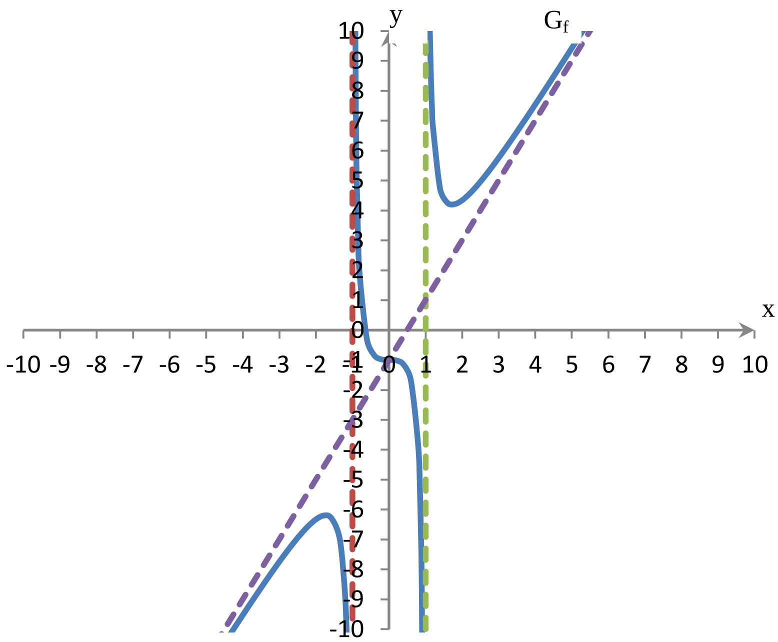
x	$-\infty$		-1		0		2		3		5		7		$+\infty$
f '(x)		+	+	+	0	-	$\frac{-3}{2}$	-	|	-	0	+	+	+	
f ''(x)		+	0	-	-	-	-	-	|	+	+	+	0	-	
f(x)	-2		-1		0		-1		$-\infty$ | $+\infty$		-4		-3		-2

VII. Etudie la croissance et détermine les coordonnées des éventuels extrémums de la fonction $f(x) = \frac{x^2-3}{x-2}$.

VIII. Soit une fonction f(x) dont sa dérivée première vaut $f'(x) = (3-2x)^2(3x+1)$.

a) que vaut le coefficient angulaire de la tangente au G_f au point d'abscisse $a = -5$.
b) détermine les abscisses des éventuels points d'inflexion du graphique G_f.

IX. Voici le graphique G_f d'une fonction. Au départ de celui-ci, trace le plus précisément possible le graphe de sa fonction dérivée première $G_{f'}$.

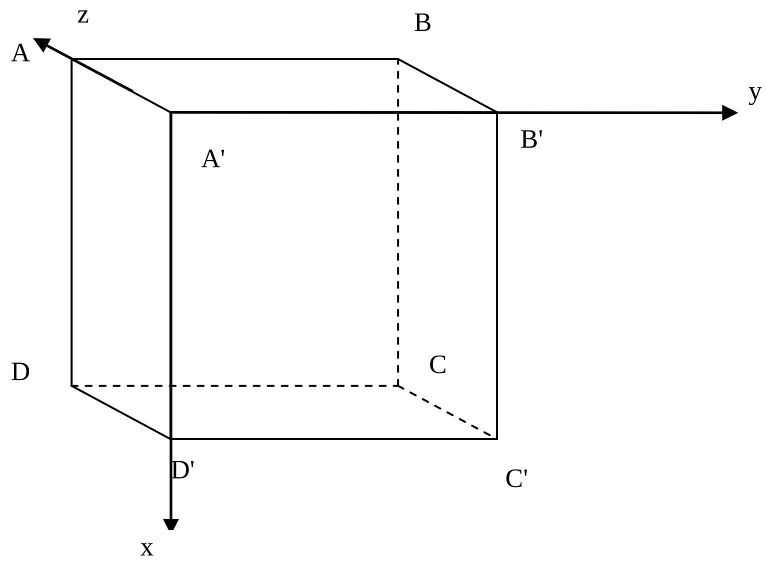


X. Problème d'optimisation :

On donne un losange dont le périmètre est de 20 cm. Quelles sont les longueurs de ses diagonales pour que son aire soit maximale ?

(fais un schéma, pose tes inconnues, écris la contrainte sous forme d'équation, écris sous forme de formule ce que tu dois optimiser et utilise la contrainte avant de dériver).

XI. Soit le cube ABCDA'B'C'D' dont l'arête mesure 7 cm.



a) Donne les coordonnées de chaque sommet.
b) Cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{D'B}$ et $\overrightarrow{DC}$.
c) Calcule la norme du vecteur $\overrightarrow{A'C'}$.
d) Calcule les produits scalaires suivants:

1. $\overrightarrow{D'B} \odot \overrightarrow{DC}$
2. $\overrightarrow{AC'} \odot \overrightarrow{BC}$
3. $\overrightarrow{AB} \odot \overrightarrow{A'D'}$
4. $\overrightarrow{AC'} \odot \overrightarrow{D'B}$

e) Donne les coordonnées des points M, N, P, Q sachant que M est le milieu de [AD], N est le milieu de [AB], P est le milieu de [B'C'] et Q est le milieu de [D'C'].
f) Le quadrilatère MNPQ est-il un parallélogramme ? Pourquoi ?
g) Le quadrilatère MNPQ est-il un rectangle ? Pourquoi ?

XII. Calcule les réels m et r pour que les points M (3, -2, 1), A $(2m-1, 1, r-3)$ et B $\left(2, \frac{-1}{2}, 1-\frac{r}{3}\right)$ soient alignés.

XIII. Soit le rectangle ABDC, avec I milieu de [AC], J milieu de [CD], |AB| = 5 et |AC| = 4.

a) Calcule les produits scalaires suivants :

a. $\overrightarrow{CA} \odot \overrightarrow{JI}$
b. $\overrightarrow{BA} \odot \overrightarrow{AI}$

b) Détermine à l'aide du produit scalaire l'angle formé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{IJ}$.

XIV. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, détermine les réels a, b et c pour que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ (2, a, 3) soit orthogonal au vecteur $\overrightarrow{EF}$ et pour que le vecteur $\overrightarrow{CD}$ (b-3, 4, 3c) soit parallèle au vecteur $\overrightarrow{EF}$ (-2, 3, -1). Utilise le produit scalaire.